

Matematica & Realtà

Fase Locale Gara di Modellizzazione - Test finale 2021-22

Tempo massimo per lo svolgimento: 90 min - Modalità ☐ a distanza ☐ in presenza

Nome Cognome

Sezione Intermedia

Rispondere ai quesiti seguenti motivando brevemente le risposte ed aggiungendo eventualmente un commento sul risultato ottenuto.

1. L'ambientalista ragazzino che salverà la Colombia

A dodici anni Francisco Vera lotta contro lo sfruttamento minerario e il cambiamento climatico. Vive a Villeta, 90 km da Bogotá, in mezzo al verde tropicale e non intende fermarsi davanti alle minacce di morte. La Colombia è il secondo nel pianeta per biodiversità, ma è anche il paese con il più alto numero di ambientalisti uccisi, 65 nel 2020.

Nel 2019 Vera ha fondato i *Guardianes por la vida*: un movimento di ragazzini, la più piccola ha tre anni. "Abbiamo cominciato in sei e ora siamo più di quattrocento", dice orgoglioso. "Non siamo solo gli adulti del futuro ma i protagonisti di oggi". Nel 2020 ha ricevuto l'incarico di Ambasciatore di Buona Volontà dall'Unione Europea. Il giorno del suo arrivo a Glasgow (per il summit **mondiale sui cambiamenti climatici**, COP 26 31.10-12.2.2021) ha scritto su Instagram: "Sono qui per chiedere impegni ambiziosi ed efficaci ai governi del mondo".

Fonte: Il Venerdì 21.1.2022



Sulla base di un modello matematico, stimare quando i *Guardianes por la vida* raggiungeranno la quota di 1000 aderenti (assunto che il trend rimanga invariato).

Svolgimento. Riportiamo i dati nella tabella a lato.

Assunto il 2019 come anno zero e considerando un modello lineare della

forma $a(t) = mt + q \quad t \geq 0$

Risulta

$$a(0) = q = 6 \quad m = \frac{400 - 6}{2 - 0} = 197$$

da cui

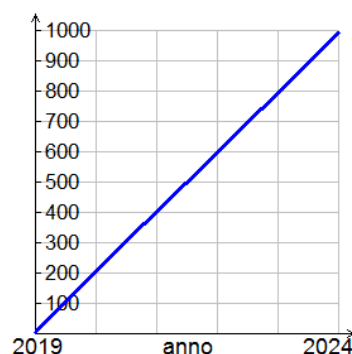
$$a(t) = 197t + 6 \quad t \geq 0$$

Per rispondere al quesito risolviamo l'equazione

$$a(t) = 1000 \Leftrightarrow 197t + 6 = 1000 \Rightarrow t = \frac{994}{197} \cong 5 \text{ anni}$$

Da cui si deduce che, se il trend continua, i *Guardianes por la vida* raggiungeranno le 1000 unità nel 2024.

anno	Anno riscaltato	n. aderenti
2019	0	6
2021	2	400



2. Emigrazione per *land grabbing*

Il *land grabbing* (accaparramento della terra) è uno dei motivi più frequenti, e sottovalutati, che spingono milioni di persone a migrare. Si tratta dell'acquisto o dell'affitto di vaste estensioni di terreno da parte di grosse aziende (spesso a prezzi irrisori e con traffici non trasparenti) che poi se ne servono per estrarre minerali, sfruttare foreste, avviare monoculture intensive, ... costringendo gli agricoltori locali, privati della loro terra, alla migrazione forzata. Accade in Sudamerica, Africa, Asia, Europa Orientale. Vedi l'Uganda, dove una compagnia petrolifera inglese ha acquistato 100 mila ettari sul Lago Alberto, o una società Norvegese di legname che ne ha affittati 8 mila nel sud del paese. Neanche il Covid ha frenato il *land grabbing*: dal 2019 al 2020 è balzato da 88 a 93 milioni di ettari. A denunciarlo è il nuovo rapporto *I padroni della terra* di Focsiv

Fonte: Il venerdì 20.8.2021 (dati elaborati da M&R)

<https://www.economia.in10secondi.com/land-grabbing-il-colonialismo-delle-grandi-societa-private/>



Valutare quali tra i seguenti modelli descrivono la situazione

$$\ell_1(t) = 88 + 2t \quad t \geq 0 \quad \ell_2(t) = 88 + 5(t - 2019) \quad t \geq 2019$$

$$\ell_3(t) = 88 + 5t \quad t \geq 0 \quad \ell_4(t) = 88 + (t - 2019) \quad t \geq 0$$

Svolgimento. Riportiamo i dati in una tabella.

Dati		
anno	Anno riscalato	Land grabbing (Ml ettari)
2019	0	88
2020	1	93

Un modello lineare che descriva il fenomeno è del tipo

$$\ell(t) = \ell(t_0) + m(t - t_0) \quad t \geq t_0$$

ove t_0 è l'anno *zero*, il parametro $\ell(t_0)$ rappresenta il valore al tempo iniziale ed m è il tasso di crescita.

Dalla tabella dei dati possiamo facilmente stimare

- il valore iniziale: $\ell(t_0) = 88$

- il tasso di crescita: $m = \frac{93 - 88}{1} = 5$

Valutiamo i parametri dei quattro modelli e riportiamoli nella tabella seguente:

modello	tempo iniziale t_0	valore al tempo iniziale $\ell(t_0)$	Tasso di crescita m
1	0	88	2
2	2019	88	5
3	0	88	5
4	0	88	1

Possiamo ora confrontare i parametri del fenomeno con quelli dei quattro modelli.

Si vede subito che i modelli uno e quattro sono esclusi perchè non hanno il giusto valore iniziale.

Restano in ballo il due e il tre.

E' facile verificare che si tratta in realtà dello stesso modello, con diverse scale dei tempi. Precisamente il secondo è costruito sulla base dei tempi standard, mentre il terzo è costruito sulla base del riscaldamento dei tempi.

Precisamente, se poniamo $t^* = t - 2019$, risulta

$$\ell_2(t) = 88 + 5(t - 2019) \quad t \geq 2019 \quad \Leftrightarrow \quad \ell_2(t^*) = 88 + 5t^* \quad t^* \geq 0$$

cioè il secondo modello diventa il terzo

Quindi i modelli che descrivono correttamente il fenomeno sono il secondo e il terzo.

3. Il signore degli ombrelli

A chi non è mai capitato di trovarsi sprovvisto di un ombrello sotto un acquazzone? In Brasile hanno trovato una soluzione che, dopo essere stata esportata a New York, ora punta all'Europa. In Italia il lancio sarà nel 2023. Si tratta di *umbrella sharing* una app che indica la postazione più vicina dove "noleggiare" un ombrello in caso di necessità. Il servizio funziona a cicli di 24 ore: le prime sono gratuite, poi il costo è di due dollari/giorno per il secondo e il terzo giorno. Si ha quindi la possibilità di riscattare l'oggetto al prezzo (complessivo) di 16 dollari, dopo 72 ore.

Fonte: [Il Venerdì](#), 4.3.2022



Costruire due modelli (formulazione e grafico) che descrivano la tariffa giornaliera e la spesa (totale) del servizio in funzione del tempo

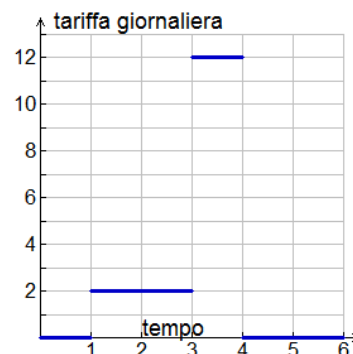
Svolgimento. Innanzi tutto conviene riportare i dati in una tabella

giorno	tariffa giornaliera	spesa totale
1	0	0
2	2	2
3	2	4
4	12	16
$n > 4$	0	16

Sulla base della tabella possiamo costruire i due modelli seguenti

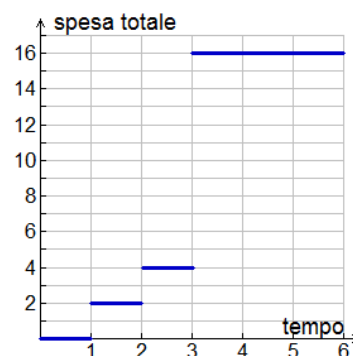
Tariffa giornaliera

$$g(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & 1 < t \leq 2 \\ 2 & 2 < t \leq 3 \\ 12 & 3 < t \leq 4 \\ 0 & 4 < t \end{cases}$$



Spesa totale

$$g(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & 1 < t \leq 2 \\ 4 & 2 < t \leq 3 \\ 16 & 3 < t \end{cases}$$



Come era naturale aspettarsi la spesa totale è una funzione non decrescente

GRIGLIA DI VALUTAZIONE	Punteggio max.	
1. L'ambientalista ragazzino che salverà la Colombia	risposta	1
	motivazioni	5
	commento	2
2. Emigrazione per <i>land grabbing</i>	risposta	1
	motivazioni	9
	commento	2
3. Il signore degli ombrelli	risposta	1
	motivazioni	7
	commento	2
TOTALE		30

N.B. Non sono ammesse valutazioni ex-aequo.

A questo scopo è prevista una valutazione con 2 decimali.

Sono ammessi alla fase finale i primi classificati nella misura del 15% dei **presenti alla semifinale** di ciascuna Unità Locale. Le Sezioni distaccate sono considerate Unità distinte.

Il numero degli ammessi è calcolato (in modo automatico) arrotondando la quota percentuale all'intero inferiore se la parte decimale non supera 0.5, all'intero superiore se la parte decimale supera 0.5