
Il fantastico
presenta
mondo delle api
Istituto d'Istruzione Superiore
TELESI@
TELESE TERME (BN)

"V on Shenton" il nuovo progetto di UNStudio dovrebbe essere completato entro il 2016

Un "Alveare" come facciata per il nuovo edificio UNStudio

Una trama esagonale a disegnare la facciata permetterà all'innovativo grattacielo di raggiungere elevati livelli di efficienza energetica, portando il verde nell'edificio.

http://www.rinnovabili.it/greenbuilding/un-alveare-come-facciata-per-il-nuovo-edificio-unstudio/

Tokyo: la casa-alveare venuta dal passato

Il Giappone è noto per la ricerca architettonica volta a offrire soluzioni alla crescita demografica. Risalgono al dopoguerra i primi esperimenti di case-alveare. La torre di Ginza conta 140 micro-appartamenti modulari, pensati per gli imprenditori che allora venivano dalla provincia per lavorare durante la settimana a Tokyo.

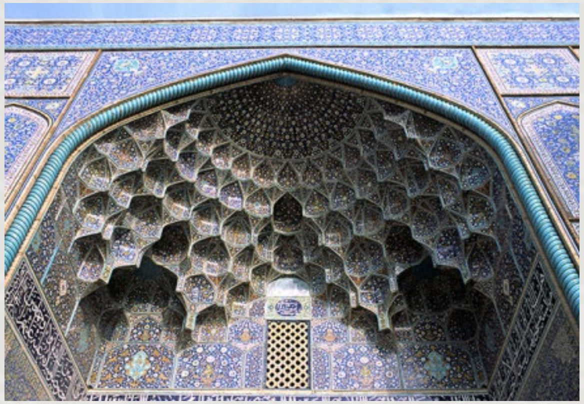
http://www.repubblica.it/viaggi/2013/09/28/foto/micro_appartamenti-67407840/1/

Gli agglomerati residenziali progettati dagli architetti in Cina sembrano sempre più simili agli alveari

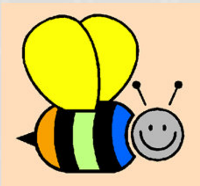
I costruttori sostengono che questo tipo di costruzione massimizza la luce naturale all'interno degli appartamenti.

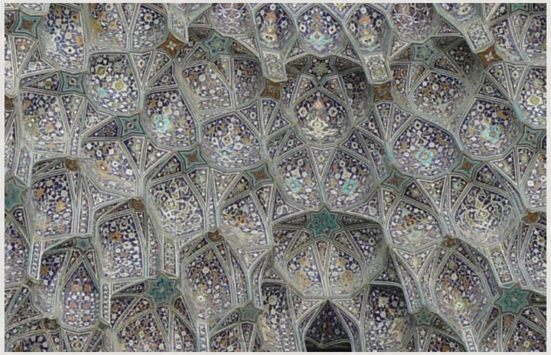
http://www.corriere.it/foto-gallery/cultura/14_aprile_08/cina-case-ormai-sono-alveari-b95836fe-bef6-11e3-9575-baed47a7b816.shtml

La lettura di questi articoli ha suscitato la nostra curiosità e ci ha spinti a cercare altre applicazioni della struttura ad alveare. Abbiamo intrapreso un viaggio tra passato, presente e futuro sulla scia dell'alveare



Nel passato …

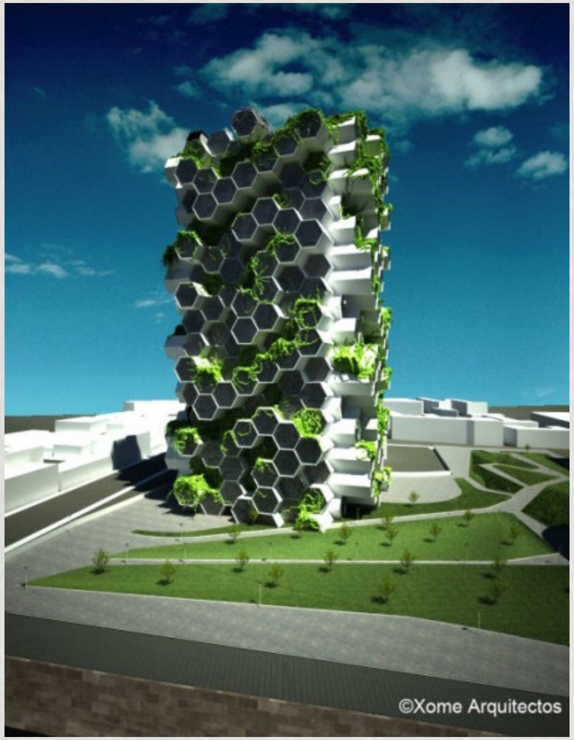




La decorazione ad alveare presente all'ingresso della moschea Sheikh Lotf Allah in Iran.

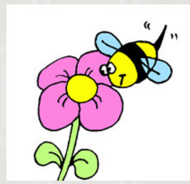
… nel presente…

Particolarmente suggestivo è il faro «a nido d’ape», la Torre di Jedda, disegnato dallo studio australiano Urban Art Projects (UAP) per la King Abdullah University for Science & Technology (KAUST), in Arabia Saudita. è stata realizzata utilizzando moduli prefabbricati esagonali. Ne risulta una pelle “ad alveare” la cui forma allungata fa si che l'aria calda risalga verticalmente, innescando correnti interne che riescono a mantenere lo spazio sempre fresco.

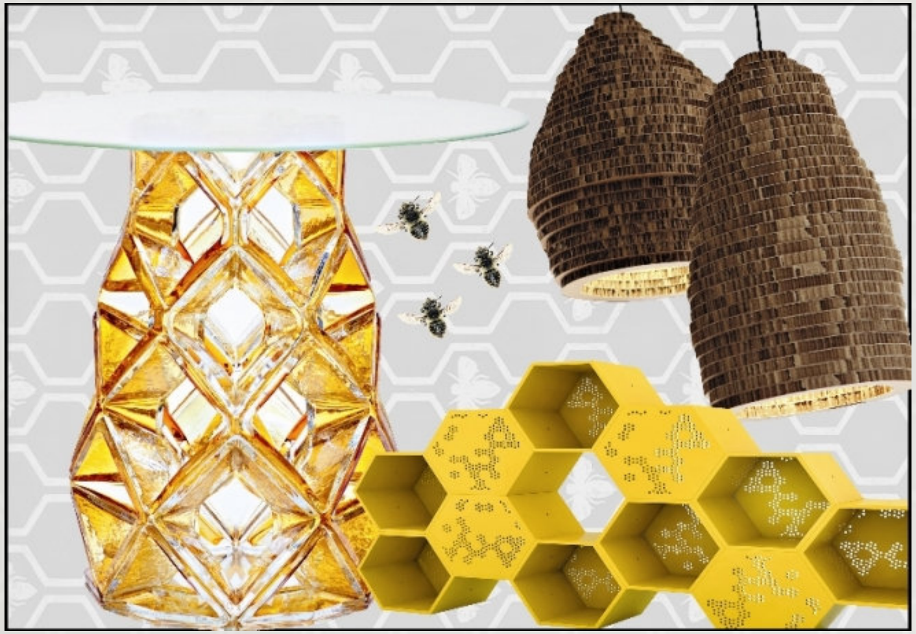


…nel futuro.

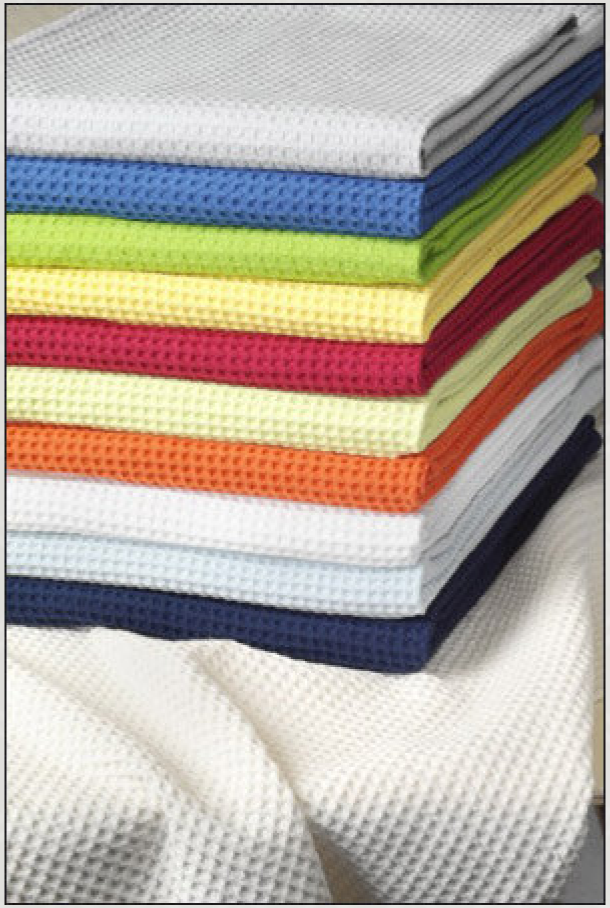
London Farm Tower , progetto spagnolo, è una sorta di piccolo microcosmo a basso impatto ambientale all’interno del quale la gente può svolgere diverse attività, come fare shopping, lavorare, vivere in una atmosfera rigenerativa anche perché la struttura sarà autonoma dal punto di vista energetico.



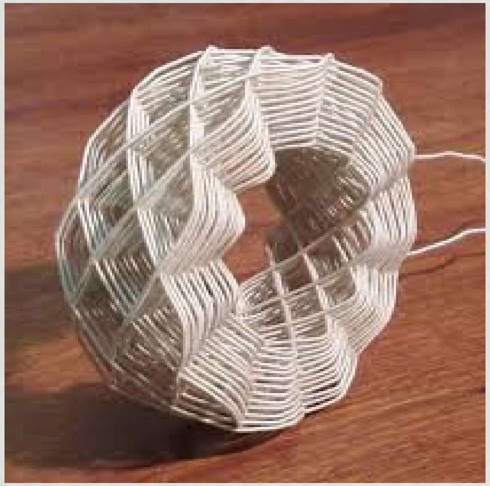
Durante il nostro percorso ci siamo resi conto che la struttura a nido d’ape è riscontrabile nei più svariati ambiti …



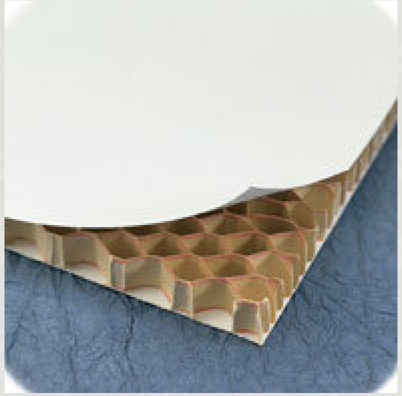
Dal design per interni….



…ai tessuti e al ricamo…



Bobina a nido d’ape per le radio



Pannello

Telaio di bicicletta

Pneumatico

Calandra

… alla tecnologia…

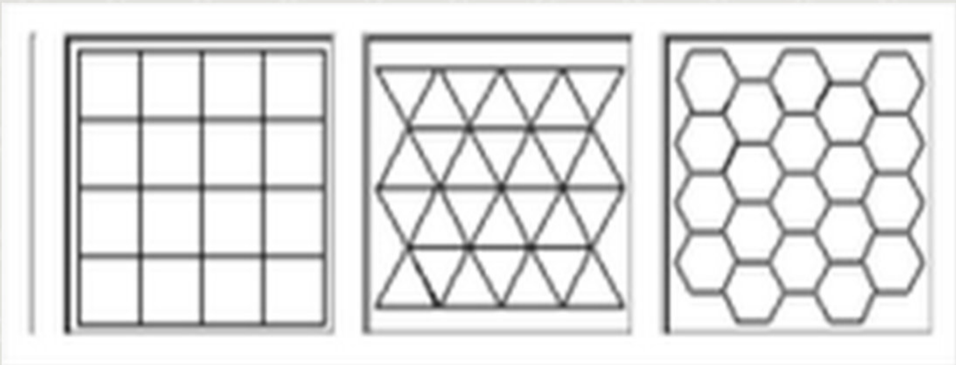
Perché architetti, designers ed ingegneri scelgono il modello alveare?

La casa delle api è il favo, insieme di celle di forma esagonale dove le api depongono uova, miele e polline. Il fondo di ciascuna cella non è piatto, ma formato da tre rombi disposti in modo da formare una sorta di «tetto a campanile».

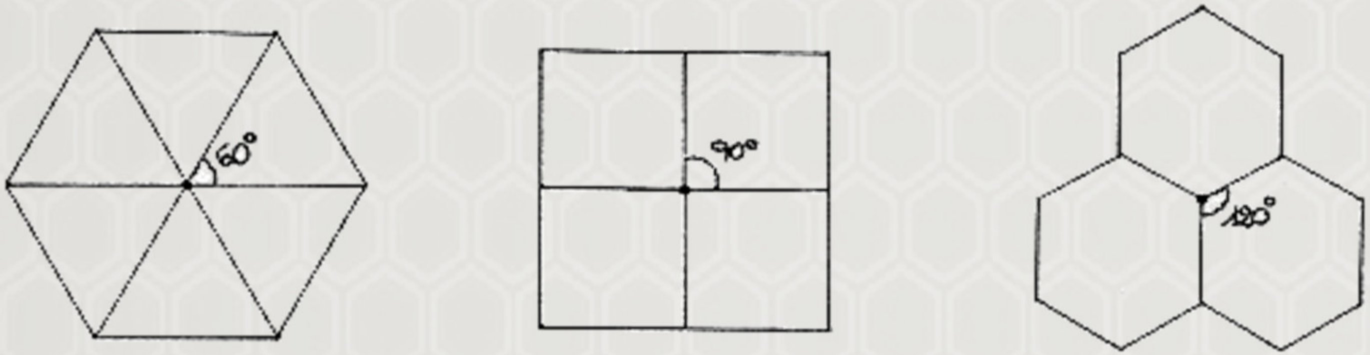
Quali vantaggi porta il fatto che le celle siano esagonali?

Quali vantaggi porta il fatto che il fondo delle celle sia a forma di « tetto a campanile»?

Per suddividere una superficie in piccole parti equivalenti di forma regolare, uguale grandezza, senza interstizi vi sono soltanto tre tipi di figure: il triangolo equilatero, il quadrato e l’esagono regolare. Quest’ultimo è la soluzione migliore perché rende le celle più comode e resistenti.

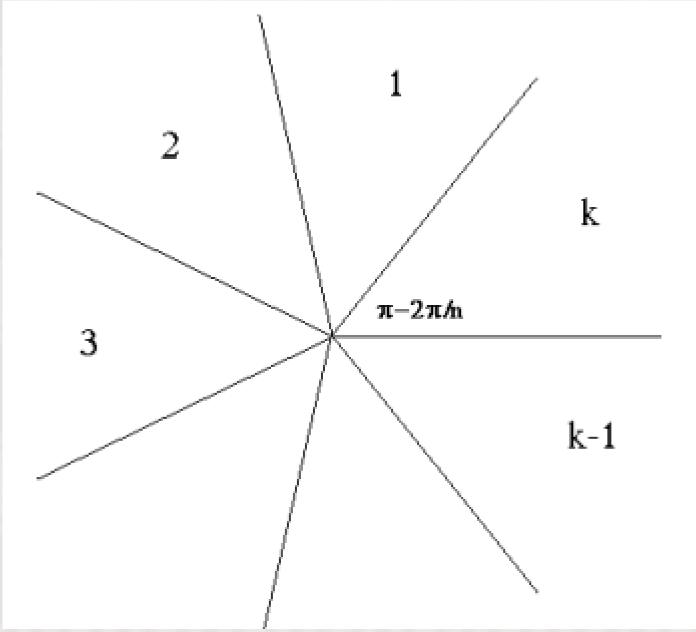


Per poter ricoprire il piano con dei triangoli equilateri bisogna utilizzarne 6 che abbiano in comune un vertice; per i quadrati invece ne avremo 4; per l’esagono 3 .



Chiamando n il numero di lati di un poligono e k il numero di poligoni che hanno un vertice in comune costruiamo una tabella.

n	k
3	6
4	4
6	3



Deduciamo che n e k sono legati tra loro dalla relazione

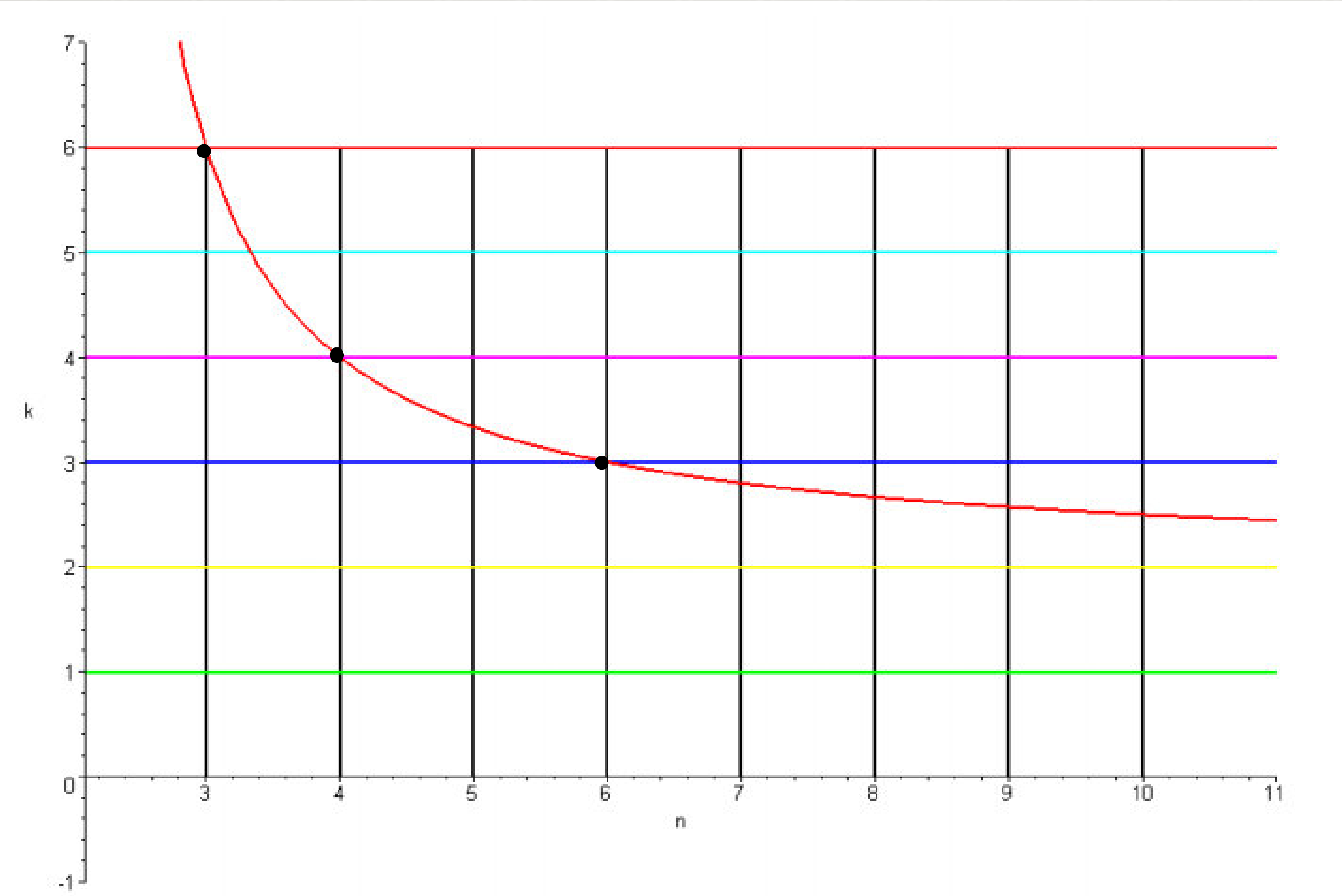
$$\frac{n\pi-2\pi}{n}=\pi\frac{n-2}{n}$$

Se k poligoni che hanno un vertice in comune l’angolo da essi coperto dovrà essere 2π

$$k\pi\frac{n-2}{n} = 2\pi$$

$$k = \frac{2n}{n-2}$$

Realizzato in un riferimento nk la funzione k= 2n/(n-2) si conferma la tabella precedente.



La differenza significativa sta quindi nel perimetro complessivo della struttura. Le api scelgono quella piu' economica da un punto di vista della cera utilizzata. Meno perimetro meno cera. Si tratta di un problema di minimo. Calcoliamo il perimetro di un triangolo equilatero, di un quadrato e di un esagono a parita' di area. Supponiamo che la superficie sia uguale a 1 (A=1) e indichiamo con Lt, Pt, Lq, Pq, Le, Pe, lati e perimetri del triangolo, quadrato ed esagono rispettivamente.

Quadrato

$$S = l_q \cdot l_q = 1 \quad \Rightarrow \quad l_q = 1 \quad \Rightarrow \quad P_q = 4$$

Per il triangolo equilatero calcoliamo prima l'altezza utilizzando il teorema di Pitagora:

$$h = \sqrt{l_t^2 - \frac{l_t^2}{4}} = l_t \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{l_t}{2}\sqrt{3}$$

da cui deriva che l'area e il perimetro sono uguali a:

$$A = l_t \cdot \frac{l_t}{4}\sqrt{3} = 1 \quad \Rightarrow \quad l_t = \frac{2}{3^{\frac{1}{4}}} \quad \Rightarrow \quad P_t = 3 \cdot l_t = 3^{\frac{3}{4}} \cdot 2 = 4.559$$

Per l' esagono, essendo costituito da 6 triangoli equilateri avremo:

$$A = 6 \cdot l_t \cdot \frac{l_t}{4}\sqrt{3} = 1 \quad \Rightarrow \quad l_t = \sqrt{\frac{2}{3\sqrt{3}}} \quad \Rightarrow \quad P_t = 6 \cdot l_t = 6 \cdot \sqrt{\frac{2}{3\sqrt{3}}} = 3.722$$

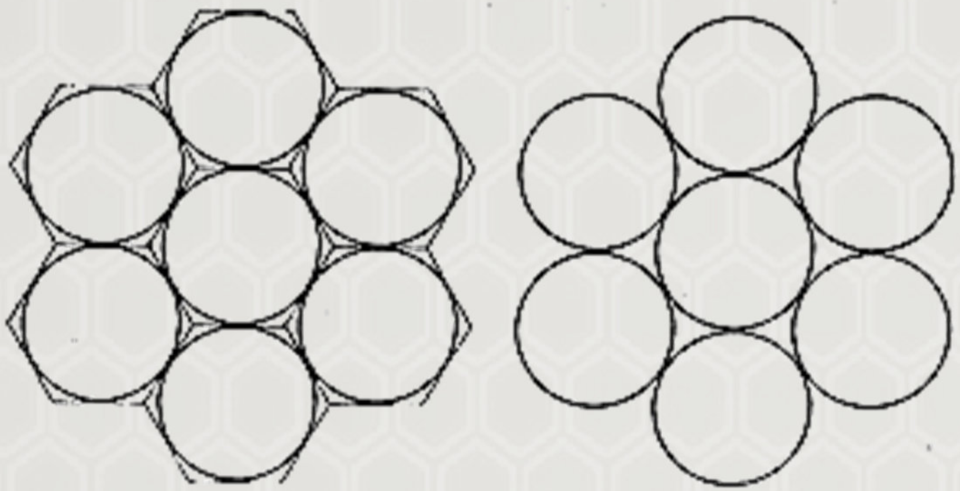
A parità di perimetro l'esagono contiene più biglie

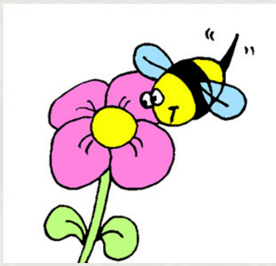
E se avessimo usato il cerchio?

A parità di area il perimetro sarebbe stato minore, ma le api non hanno scelto il cerchio perché questo avrebbe lasciato spazi vuoti sul piano da ricoprire.

Ecco perché le api adottano proprio la forma esagonale, come se ne comprendessero i vantaggi.

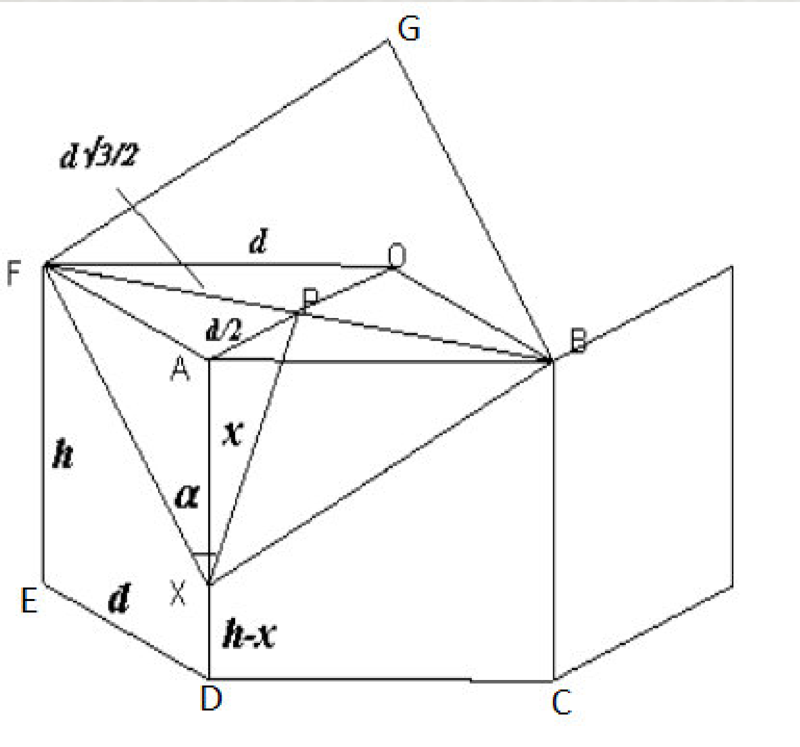


Il fondo delle celle, come già riferito, si compone di tre piani confluenti in un punto. Questo metodo di costruzione consente di economizzare sia lo sforzo lavorativo che il materiale. L’angolo di inclinazione dei tre piani non è casuale, ma è il risultato di complessi calcoli. L’aspetto sorprendente e affascinante di questo risultato è che l’angolo determinato in base ai calcoli corrisponde esattamente a quello che si trova misurando il fondo delle celle.



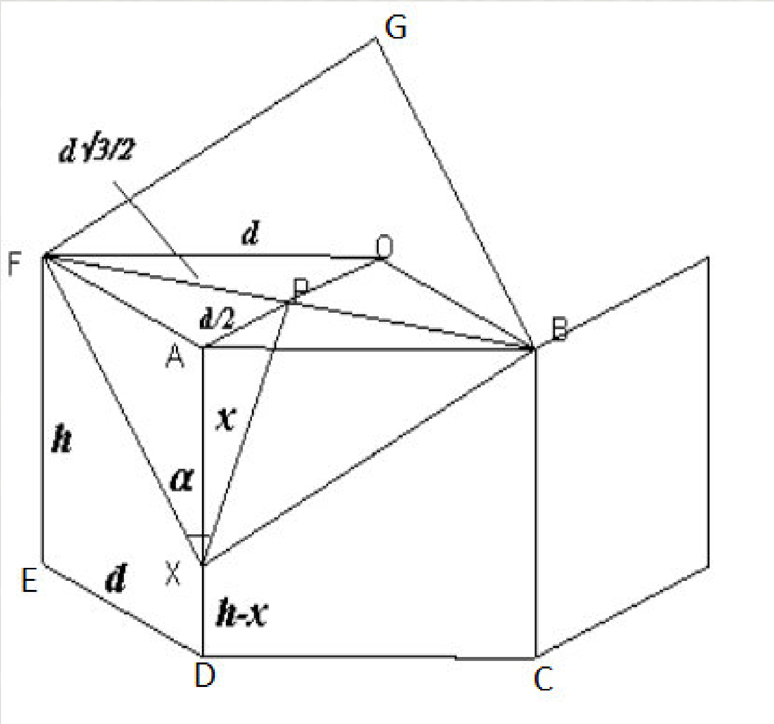
Tra tutte le celle esagonali a fondo piramidale, qual è quella che può essere costruita con minor materia?

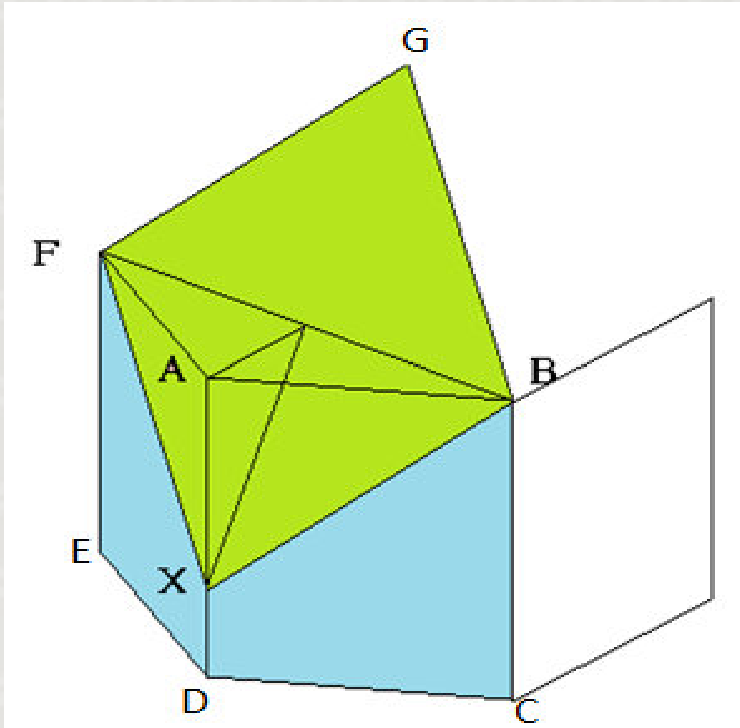
Consideriamo la seguente figura:



- x la lunghezza del segmento AX
- d la lunghezza del segmento alla base dell'esagono
- h l'altezza delle cellette
- APX triangolo rettangolo
- FPX triangolo rettangolo
- $\mathrm{BF} = \mathrm{d}\sqrt{3}$
- $PF = d\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $PX = \sqrt{AX^2 + \frac{d^2}{4}}$

Nella costruzione di ogni cella la quantità di cera impiegata dipende dalla superficie di ogni parete, ciascuna costituita da due trapezi e un rombo, e dall'angolo di inclinazione 2α:





Sia $AX = x$

Calcoliamo l'area del trapezio XDCB e del rombo XBGF colorati in figura:

$$A_{trapezio} = \frac{(h + h - x\,)d}{2} \qquad A_{rombo} \;=\; 2\,\frac{d\sqrt{3}}{2}\sqrt{x^2 + \frac{d^2}{4}}$$

L’area totale è data dalla somma delle singole aree:

$$A_{rombo} + 2A_{trapezio} = d\sqrt{3}\sqrt{x^2 + \frac{d^2}{4}} + 2\,\frac{(2h - x)d}{2} = d\sqrt{3}\sqrt{x^2 + \frac{d^2}{4}} - dx + 2hd$$

Consideriamo la funzione:

$$f(x) = d\sqrt{3}\sqrt{x^2 + \frac{d^2}{4}} - dx + 2hd$$

Poiché $2hd$ è costante, possiamo trovare il minimo di $f(x)$ trovando il minimo di:

$$g(x) = d\left(\sqrt{3}\sqrt{x^2 + \frac{d^2}{4}} - x\right)$$

Mediante operazioni algebriche, troviamo che il minimo di $g(x)$ si ha per $x = \frac{d\sqrt{2}}{4}$.

Dunque $PX = \sqrt{x^2 + \frac{d^2}{4}} = \sqrt{\left(\frac{d\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \frac{d^2}{4}} = \frac{d}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$

e

$$PF = PX \tan\alpha \rightarrow \ \alpha = \tan^{-1}\frac{PF}{PX} \rightarrow \alpha = 54°\ 44'\ 0.820''$$

L’angolo di inclinazione che minimizza la quantità di cera utilizzata è $2\alpha = 109°\ 28'\ 16.394''$.

Non crediamo che naturalmente le api si dedichino a simili complesse operazioni di calcolo, ma nemmeno che bastino il caso o la pura forza delle cose a creare risultati così stupefacenti…

…Il grande libro della natura è scritto con l'alfabeto della geometria...

(Galileo Galilei)

Grazie ai professori Anna Salvadori e Primo Brandi e a M&R per averci offerto questa opportunità

Istituto d'Istruzione Superiore TELESI@ TELESE TERME (BN)

… chissà se un' ape virtuosa potrà mai proporre un progetto che, minimizzando la spesa e ottimizzando gli spazi, consenta di realizzare una struttura adeguata alle esigenze del nostro istituto…